

UNIDAD 3

PRÉSTAMOS

3.1. Concepto	69
3.2. Clasificación	69
3.3. Préstamos con devolución de principal e intereses en un solo pago	70
3.4. Préstamos con pago periódico de intereses y devolución del principal en un solo pago	72
3.5. Préstamos con pago periódico de intereses y devolución del principal en un solo pago, mediante la construcción de un fondo de amortización	73
3.6. Carencia en los préstamos	77
3.7. Préstamo francés	78
3.8. Préstamo de cuota de amortización constante	84
3.9. Préstamos de términos variables linealmente	87
3.10. Préstamos de términos variables acumulativamente	92
3.11. Préstamo con rédito anticipado. Aplicación al método alemán	97
3.12. Valor del préstamo: usufructo y nuda propiedad	105

OBJETIVOS

Con el estudio de esta unidad podrás alcanzar los siguientes objetivos:

- Conocer los distintos tipos de préstamos financieros
- Calcular correctamente los diferentes elementos de los préstamos financieros
- Diferenciar, en especial, el préstamo francés, el préstamo de cuota de amortización constante, el préstamo de términos variables linealmente y acumulativamente, y el método alemán
- Calcular correctamente el valor del préstamo: usufructo y nuda propiedad

3.1. Concepto

Un **PRÉSTAMO FINANCIERO** es una operación financiera en la que el **PRESTAMISTA** entrega al **PRESTATARIO** una disponibilidad económica, representada por el **capital financiero** (C_1 ; O).

En contraprestación, el **PRESTATARIO** se compromete a:

1. **Devolver el CAPITAL PRESTADO, o PRINCIPAL**, en un plazo concreto de tiempo, bien en UN SOLO PAGO, o bien en VARIOS PAGOS, y además a
2. **Pagar un PRECIO FINANCIERO**, que denominamos *tipo de interés del préstamo* (i).

3.2. Clasificación

a. Préstamos con *devolución del PRINCIPAL* (C_1) **EN UN SOLO PAGO**.

1. Préstamos con devolución del **PRINCIPAL e INTERESES en un solo pago**. Ejemplo: bonos y obligaciones CUPÓN CERO.
2. Préstamo con **PAGO PERIÓDICO DE INTERESES** y devolución del principal en un solo pago. Ejemplo: certificados de depósito y bonos y obligaciones americanas.
3. Préstamos con **PAGO PERIÓDICO DE INTERESES** y devolución del principal en un solo pago, mediante la constitución de un **Fondo de Amortización**.

b. Préstamos con *devolución del PRINCIPAL* (C_1) **EN VARIOS PAGOS**.

1. Préstamo **francés**.
2. Préstamo de **cuota constante**.
3. Préstamo de **términos variables linealmente**.
4. Préstamo de **términos variables acumulativamente**.
5. Préstamo **alemán**.

Antes de entrar a estudiar cada uno de los préstamos antes citados, hay que aclarar **dos conceptos** que sirven **para TODOS los préstamos**:

- a. A los **PAGOS** que realiza el **PRESTATARIO** al **PRESTAMISTA**, se les denominan **TÉRMINOS AMORTIZATIVOS**, y los representaremos por a_j . Si la periodicidad de dicho *término amortizativo* es anual se le denomina **ANUALIDAD**; si la periodicidad es semestral, se le denomina **SEMESTRALIDAD**, ...

b. El **TÉRMINO AMORTIZATIVO** (a_i) se DESGLOSA siempre en la **SUMA** de 2 componentes:

- INTERESES** (I_i): se calculan aplicando el **TIPO DE INTERÉS** del préstamo (i) **sobre el CAPITAL VIVO** (capital del préstamo pendiente de devolver) al **INICIO** de dicho período. Por lo tanto, **al FINAL** del período $t = i$, **el prestatario pagará de INTERESES**:

$$I_i = C_i \times i$$

siendo C_i el **CAPITAL VIVO** al **INICIO** del período $t = i$, e i el *tipo de interés* del préstamo.

- CUOTA DE AMORTIZACIÓN** (A_i): es una parte del **CAPITAL PRESTADO** (C_1), de tal forma que la suma de todas las **CUOTAS DE AMORTIZACIÓN** contenida en cada término amortizativo, es igual al capital inicial prestado:

$$\sum_1^n A_i = C_1$$

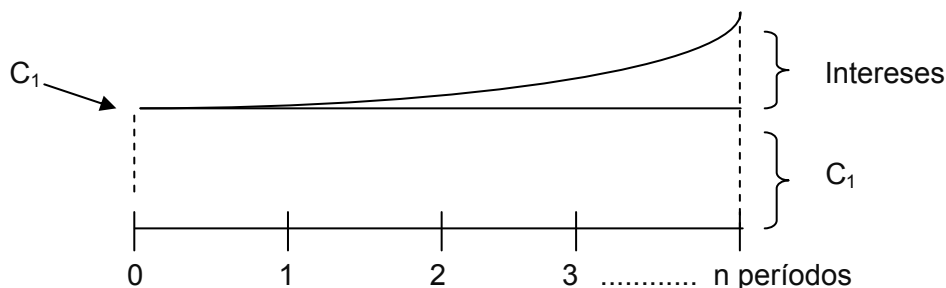
Por tanto, el **término amortizativo del período i** , será:

$$a_i = I_i + A_i$$

3.3. Préstamos con devolución de principal e intereses en un solo pago

Estos préstamos se caracterizan porque el **PRESTATARIO no realiza ningún pago** durante la vida del préstamo, salvo al final de la misma. En dicho momento ($t = n$), el **PRESTATARIO** devolverá tanto el **CAPITAL PRESTADO** (C_1), como los **INTERESES** que se han ido generando y **acumulando** a lo largo de la vida del préstamo $[(1 + i)^n]$.

a. La estructura del préstamo será:



Es decir, en $t = 0$ el **PRESTATARIO** recibe un capital de cuantía C_1 .

Durante los períodos $0 \leq t \leq (n-1)$, el **PRESTATARIO no realiza ningún pago**, por lo que los **términos amortizativos** de dichos períodos son igual a 0.

Al final de los n períodos, devuelve tanto el **capital prestado** (C_1), como los **intereses acumulados** hasta la fecha. Es decir, realiza un solo pago en $t = n$, por importe de:

$$a = C_1 (1 + i)^n$$

- b. Un **valor mobiliario** representativo de este tipo de préstamos son las **OBLIGACIONES y BONOS CUPÓN CERO**. En este caso, el adquirente de dichas OBLIGACIONES y BONOS es el que actúa como PRESTAMISTA respecto a la sociedad que emite dichos títulos.

La sociedad emisora, en la fecha de amortización de las obligaciones y bonos, se compromete a reembolsar a su titular: por una parte, el valor nominal del título; y por otra parte, los intereses acumulados desde la fecha de emisión hasta la fecha de reembolso, siguiendo por lo tanto, la misma dinámica antes descrita para los préstamos con devolución del principal e intereses en un solo pago.

Ejemplo

Una sociedad emite BONOS CUPÓN CERO con las siguientes características: valor nominal 6.000 €/bono; la duración de la emisión es de 4 años; y el valor de emisión de los títulos es del 90%.

Los títulos se amortizan anualmente por SORTEO por los siguientes valores de reembolso: 110% para los amortizados en el año 1; 115% para los amortizados en el año 2; 121% para los amortizados en el año 3; y 128% para los amortizados en el año 4.

Si un inversor adquiere, en el momento de la emisión, 3.500 títulos, los cuales son amortizados de la siguiente manera: 2.000 títulos al final del año 1 y 1.500 títulos al final del año 3, ¿cuál es la rentabilidad obtenida por el inversor?

Solución

1. Como ya apuntamos en el epígrafe 5 del tema 1, cuando se habla de **RENTABILIDAD**, en realidad de lo que se trata es de calcular el **TANTO DE INTERÉS (i)**, que **igual** los importes monetarios **ENTREGADOS** y **RECIBIDOS** por el inversor con ocasión de la inversión, en un determinado momento temporal.

En el caso de este inversor, la duración de su inversión es de un total de 3 años (año en el que se amortizan los últimos títulos adquiridos). Por lo tanto, el cálculo de la RENTABILIDAD (i), se realizará en el ámbito de la CAPITALIZACIÓN **COMPUESTA**.

2. En segundo lugar, se ha de proceder al cálculo de los importes monetarios ENTREGADOS y RECIBIDOS por el inversor.

ENTREGADO. En el **momento temporal $t = 0$** (momento de emisión de los títulos), el inversor *desembolsa* el *precio de compra* de los mismos.

Precio de compra = Valor de emisión x número de títulos adquiridos =
 = 90% x 6.000 x 3.500 = **18.900.000 €**

RECIBIDO. Al tratarse de BONOS CUPÓN CERO, el inversor **NO RECIBE** nada hasta la **fecha de amortización de los mismos**. En dicha fecha, el inversor recibirá, tanto el NOMINAL (6.000 €) como los **INTERESES ACUMULADOS** desde la fecha de emisión hasta la fecha de amortización (PRIMA DE AMORTIZACIÓN).

Por lo tanto, **al final de año 1** recibirá:

$$VR = 2.000 \text{ títulos} \times 110\% \times 6.000 = \mathbf{13.200.000 \text{ €}}$$

Al final del año 3, recibirá:

$$VR = 1.500 \text{ títulos} \times 121\% \times 6.000 = \mathbf{10.890.000 \text{ €}}$$

3. **Enfrentando lo ENTREGADO con lo RECIBIDO en t = 0**, obtenemos la rentabilidad del inversor (i):

$$\underbrace{18.900.000}_{\text{ENTREGADO}} = \underbrace{13.200.000 \times (1+i)^{-1} + 10.890.000 \times (1+i)^{-3}}_{\text{RECIBIDO}}$$

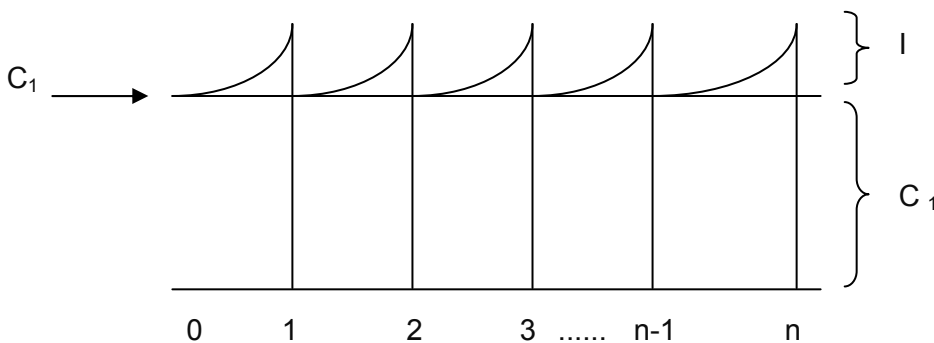
siendo *i* la RENTABILIDAD DEL INVERSOR.

3.4. Préstamos con pago periódico de intereses y devolución del principal en un solo pago

Estos préstamos se caracterizan porque, al igual que en el caso anterior, el **PRESTATARIO no devuelve el CAPITAL PRESTADO (C₁)** hasta el final de la vida del préstamo (t = n). **Sin embargo**, a diferencia del caso anterior, **al final de cada período de tiempo**, el PRESTATARIO satisface los **INTERESES devengados** en dicho período.

a. A este tipo de préstamos se les denomina **PRÉSTAMOS AMERICANOS**.

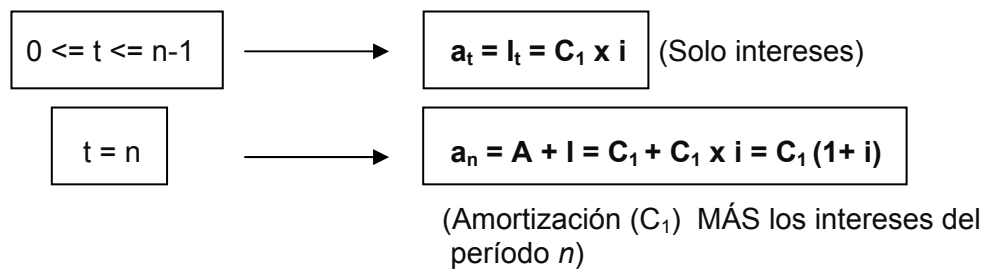
La estructura de estos préstamos es:



En este tipo de préstamo el **PRESTATARIO** paga, al **FINAL** de *cada período*, los **INTERESES** devengados durante dicho período, y solo al **final de la vida del préstamo**, además paga el **CAPITAL PRESTADO**. Como en cada período el PRESTATARIO no devuelve nada del PRINCIPAL, el CAPITAL VIVO al inicio de cada uno de los períodos es exactamente el mismo. Por lo tanto, los **INTERESES que paga el prestatario en cada período son** cuantitativamente iguales y de importe:

$$I_1 = I_2 = \dots I_n = C_1 \times i$$

Por tanto, los **términos amortizativos** que paga el PRESTATARIO al final de cada período, son:



- b. Los **CERTIFICADOS DE DEPÓSITO** son instrumentos bancarios de financiación, representativos de este tipo de préstamos AMERICANOS. Son títulos **emitidos por una entidad financiera** y adquiridos por un tercero a cambio de una cantidad de dinero (PRINCIPAL). Estos títulos son transferibles por endoso. La entidad financiera emisora del Certificado de Depósito paga, a lo largo de la vida del título, INTERESES PERIÓDICOS al tenedor del mismo.

Al final de la vida del título, la entidad financiera pagará a su tenedor, además del INTERÉS, el PRINCIPAL.

Las **OBLIGACIONES y BONOS AMERICANOS** son otro valor mobiliario representativo de este tipo de préstamos. Funcionan exactamente igual que los Certificados de Depósito, con la única diferencia de que las OBLIGACIONES y BONOS son **emitidos** normalmente, o bien **por el Tesoro Público**, o bien por las **empresas privadas**.

3.5. Préstamos con pago periódico de intereses y devolución del principal en un solo pago, mediante la construcción de un fondo de amortización

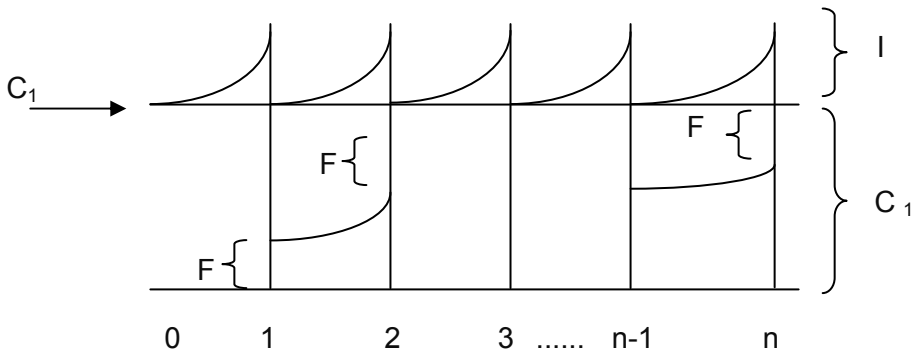
Estos préstamos son **IDÉNTICOS** a los del epígrafe 3.4. Es decir, a lo largo de la vida del préstamo el PRESTATARIO paga:

- Al final de cada período de tiempo: los **INTERESES** generados en dicho período.
- Al final de la vida del préstamo ($t = n$): la totalidad del **CAPITAL PRESTADO (C_1)**.

La única diferencia con los préstamos del apartado anterior, es que el PRESTATARIO, con la finalidad de disponer de la liquidez necesaria al final de la vida del préstamo para devolver el PRINCIPAL (C_1), va realizando a lo largo de la vida del préstamo **aportaciones a un FONDO**, de manera tal que dichas *aportaciones* junto con los *intereses que generan*, constituyan un montante igual a C_1 en $t = n$.

a. También se le denomina **PRÉSTAMO SINKING-FUND**.

La estructura de estos préstamos es:



En este tipo de préstamos, el **término amortizativo** que paga el PRESTATARIO en cada período se desglosa en **dos sumandos**:

1. **INTERESES (I)**. Al FINAL de cada período, el prestatario paga los intereses (igual que ocurría en el PRÉSTAMO AMERICANO):

$$I = C_1 \times i$$

, siendo idénticos en todos los períodos.

2. **FONDO (F)**. Al FINAL de cada período, el prestatario deposita en una cuenta corriente una cantidad F a un tipo de interés r . Al final de la vida del préstamo, la suma de estas cantidades depositadas (F), junto con los intereses por ellos generados, han de ser igual a la cuantía del capital prestado.

$$C_1 = F \times S_{n|r}$$

. Por tanto: $F = \frac{C_1}{S_{n|r}}$

Es decir, la estructura del **término amortizativo** en cada período será:

$$0 \leq t \leq n \longrightarrow a = I + F$$

Ejemplo

Un individuo solicita un préstamo de 25.000 € a un TAE del 9%.

El préstamo se amortizará en un período de 6 años por el sistema del FONDO DE AMORTIZACIÓN, rentabilizando las cantidades depositadas en el mismo a un TAE del 5%.

Se pide:

Calcular la cuantía del FONDO ANUAL en los dos siguientes casos:

- Las aportaciones son constantes y vencidas.
- Las aportaciones crecen geoméricamente en un 10% anual.

Solución

Como ya se ha apuntado en el epígrafe 3.5 del presente tema, en este tipo de préstamos, el PRESTATARIO paga:

- **Al final de cada año:** los **INTERESES** generados en dicho período de tiempo. Es decir, al final de cada año, el prestatario satisface en concepto de INTERESES:

$$I_1 = I_2 = \dots = I_6 = C_1 \times i = 25.000 \times 0,09 = \mathbf{2.250 \text{ €}}$$

- Además, **al final de cada año:** realiza **APORTACIONES** a un **FONDO** (F_k), de manera tal, que al final de la vida del préstamo (año 6), dichas **APORTACIONES** junto con los **INTERESES** que generan (5% anual), constituyan un FONDO FINAL igual al CAPITAL PRESTADO (C_1):

$$\sum_{k=1}^6 F_k \times (1+i)^{6-k} = C_1$$

a. Aportaciones constantes y vencidas.

- La estructura del FONDO DE AMORTIZACIÓN sería:



- **Planteando el equilibrio financiero en $t = 6$ años** (final del préstamo), y teniendo en cuenta que las *aportaciones al fondo* constituyen una RENTA ANUAL CONSTANTE Y POSPAGABLE:

$$C_1 = F \times S_{6|i}$$

Es decir:

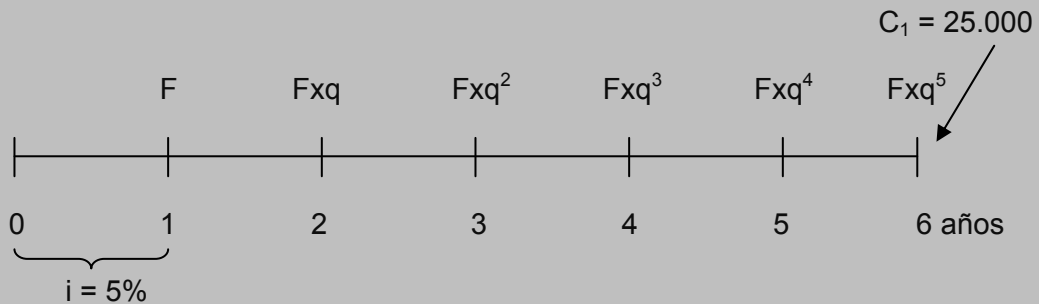
$$25.000 = F \times S_{6|i} \Rightarrow \mathbf{F = 3.675,43 \text{ €}}$$

- Así, el prestatario, al FINAL de cada año, satisface en concepto de término amortizativo:

$$a = F + I = 3.675,43 + 2.250 = 5.925,43 \text{ €}$$

b. Aportaciones crecen geoméricamente en un 10% anual.

- La estructura del FONDO DE AMORTIZACIÓN sería:



- Planteando el equilibrio financiero en $t = 6$ años (final del préstamo), y teniendo en cuenta que las aportaciones al fondo constituyen una RENTA ANUAL VARIABLE EN PROGRESIÓN GEOMÉTRICA DE RAZÓN $q = 1,10$:

$$C_1 = A(F; q)_{6|i} \times (1 + i)^6$$

Es decir:

$$25.000 = F \times \frac{1 - \left(\frac{q}{1+i}\right)^6}{(1+i) - q} \times (1+i)^6 \Rightarrow$$

$$25.000 = F \times \frac{1 - \left(\frac{1,10}{1,05}\right)^6}{1,05 - 1,10} \times (1 + 0,05)^6 \Rightarrow \boxed{F = 2.897,1039 \text{ €}}$$

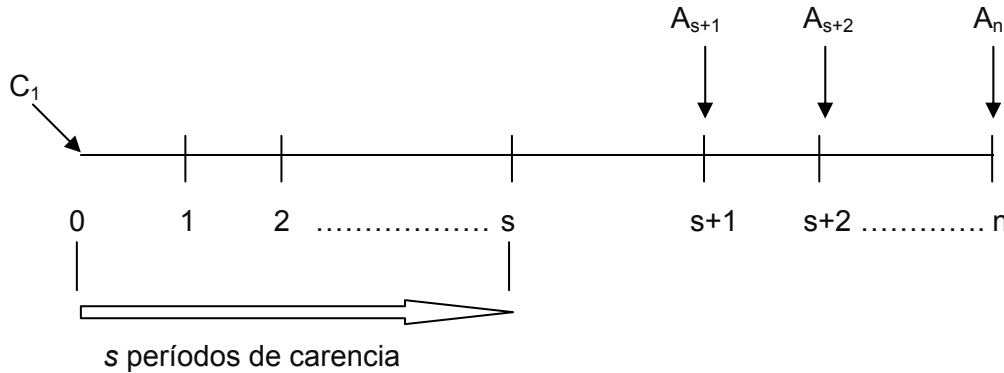
- Así, el prestatario satisface, por ejemplo, al final del año 4 en concepto de término amortizativo:

$$a_4 = F_4 + I = F \times q^3 + I = 2.897,1039 \times 1,10^3 + 2.250 = 6.106,04 \text{ €}$$

3.6. Carencia en los préstamos

- a. Se dice que en un préstamo existe **CARENCIA** cuando **se retrasa el PAGO DE LA PRIMERA CUOTA DE AMORTIZACIÓN S períodos** desde la fecha de concesión del préstamo.

Así, un préstamo con S períodos de CARENCIA tendría la forma:

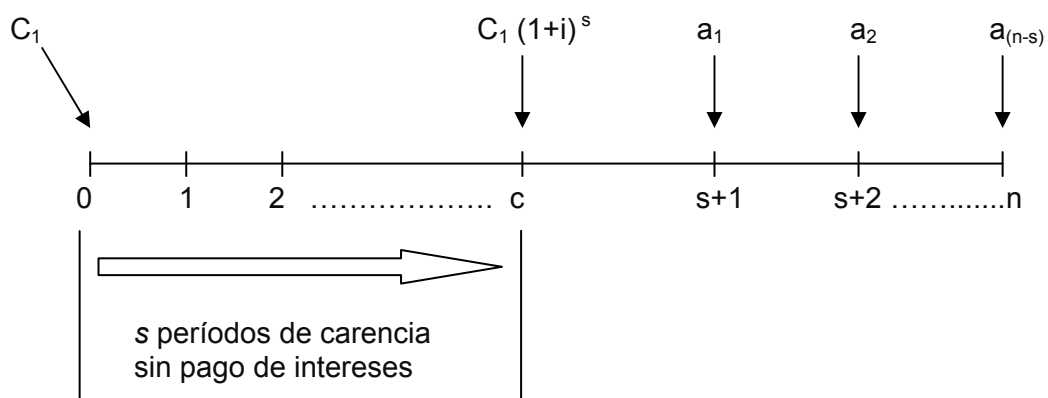


- b. Existen dos tipos de **PRÉSTAMOS CON CARENCIA**:

- PRÉSTAMOS CON CARENCIA SIN PAGO DE INTERESES DURANTE EL PERÍODO DE CARENCIA.** En este tipo de préstamos, el PRESTATARIO **no paga nada hasta el final del período $t = s+1$** . Por lo tanto, **los INTERESES de los períodos de 0 a s , se habrán ACUMULADO hasta el inicio del período $t = s+1$** .

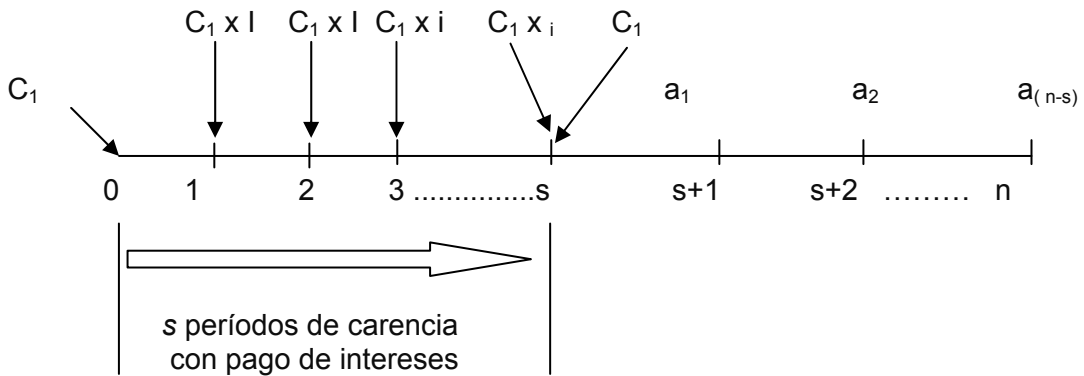
Por todo lo expuesto, es por lo que en este tipo de préstamos, se considera que:

- El préstamo es **como si se empezase al INICIO del período $t = s+1$** .
- La **cuantía del capital prestado** al inicio del período $t = s+1$, se considera que es el **PRINCIPAL inicial**, más los **INTERESES acumulados hasta el inicio de $t = s+1$** . Es decir: **$C_{s+1} = C_1 (1+i)^s$** , y
- Se considera que el préstamo tiene una **DURACIÓN de $(n-s)$ períodos**.



2. PRÉSTAMOS CON CARENCIA CON PAGO DE INTERESES DURANTE EL PERÍODO DE CARENCIA. En este tipo de préstamos, el PRESTATARIO paga al final de cada período de carencia los INTERESES generados durante dicho período. Por lo tanto, en este tipo de préstamos, se considera que:

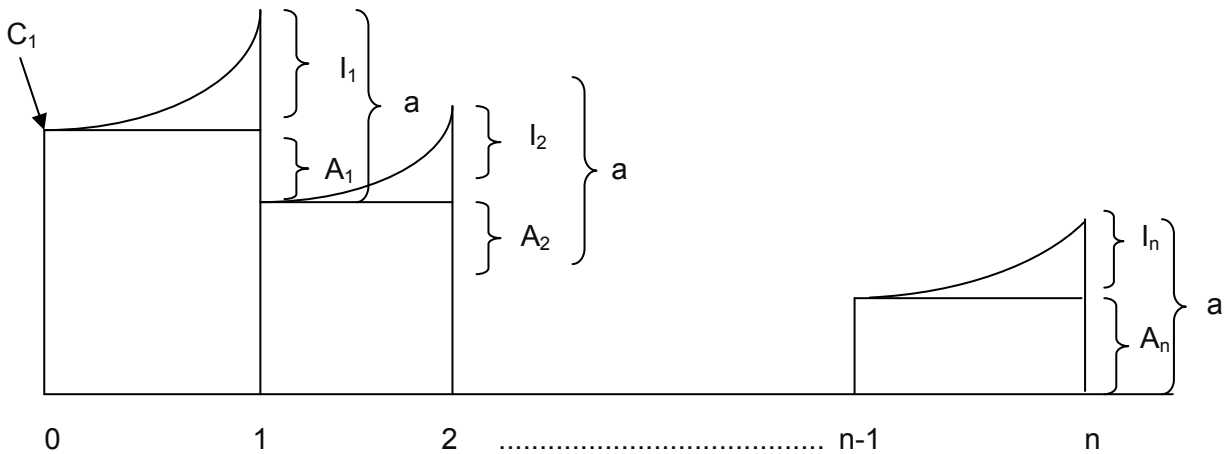
1. El préstamo es como si se empezase al INICIO del período $t = s+1$.
2. La **cuantía del capital prestado** al inicio del período $t = s+1$, es exactamente igual que el PRINCIPAL inicial concedido. Es decir, C_1 .
3. Se considera que el préstamo tiene una **DURACIÓN** de $(n-s)$ períodos.



c. El concepto de **CARENCIA** es aplicable a cualquier tipo de préstamo.

3.7. Préstamo francés

a. La estructura de este préstamo es:



b. Este tipo de PRÉSTAMO se caracteriza porque el PRESTATARIO paga, al final de cada período, un **término amortizativo** (a), cuantitativamente igual en cada período.

Así: $a_1 = a_2 = a_3 = \dots = a_n = a$, conteniendo cada *término amortizativo* (a), una parte de CUOTA DE AMORTIZACIÓN (A_k) y otra parte de INTERESES (I_k): $a = A_k + I_k$